

喷注壁面楔状流层流边界层速度与 温度相似解

赵国昌^{1,3}, 杜霞¹, 宋丽萍², 单龙¹, 孔敬儒¹, 彭大维¹

(1. 沈阳航空航天大学 航空航天工程学部(院), 沈阳 110136;

2. 沈阳航空航天大学 科学技术协会, 沈阳 110136;

3. 沈阳航空航天大学 航空航天工程学部(院)

辽宁省航空推进系统先进测试技术重点实验室, 沈阳 110136)

摘 要: 建立了壁面有喷注的楔状流层流边界层冷却数学模型, 求解经相似变换得到的描述无量纲流函数和无量纲温度的常微分方程, 获得了楔状流层流边界层无量纲速度和温度的相似解, 给出了考虑壁面喷注边界条件的形式简洁、物理意义明确的无量纲流函数拟合式; 用 Runge-Kutta 法求解无量纲速度与温度的常微分方程, 获得了壁面有喷注的楔状流层流边界层无量纲速度和温度随楔形角、吹风参数、冷却介质温度的变化规律. 通过计算 0° , 18° 和 36° 楔形角的楔状流层流边界冷却速度与温度分布得到以下结论: 楔状流速度边界层和温度边界层厚度都随楔形角的增大而变小, 随着吹风参数的增大而增大; 当冷却介质温度越低、吹风参数越小、楔形角越大时, 靠近壁面处楔状流层流边界层内温度梯度越大.

关 键 词: 楔状流; 层流边界层; 喷注壁面; 相似解; 吹风参数

中图分类号: V211.1⁺9

文献标志码: A

Velocity and temperature similarity solutions of wedge flow laminar boundary layer with wall injection

ZHAO Guo-chang^{1,3}, DU Xia¹, SONG Li-ping², SHAN Long¹,

KONG Jing-ru¹, PENG Da-wei¹

(1. Faculty of Aerospace Engineering,

Shenyang Aerospace University, Shenyang 110136, China;

2. Association of Science and Technology,

Shenyang Aerospace University, Shenyang 110136, China;

3. Liaoning Key Laboratory of Advanced Measurement and Test Technology

for Aviation Propulsion System, Faculty of Aerospace Engineering,

Shenyang Aerospace University, Shenyang 110136, China)

Abstract: The mathematical model of the wedge flow laminar boundary layer with wall injection boundary was established. Based on this model, the similarity solutions of dimensionless velocity and temperature distribution in the laminar boundary layer were obtained by solving the ordinary differential equations of the dimensionless stream function and dimensionless temperature. The ordinary differential equations were derived through similarity transformation from the partial differential equations describing the flow and heat transfer of wedge flow laminar boundary layer with wall injection. The curve fitting of dimensionless

收稿日期: 2014-12-21

基金项目: 航空科学基金(20131954004); 辽宁省攀登学者基金(20132015)

作者简介: 赵国昌(1964—), 男, 北京人, 教授、博士生导师, 博士, 主要从事航空动力工程中的流动传热及热管理研究.

stream function derived takes into account the wall injection effect of cooling gas. The Runge-Kutta method was used to solve the ordinary differential equations of dimensionless stream function and dimensionless temperature in order to analyze the variations in the dimensionless velocity and temperature distributions in the wedge flow laminar boundary layer with wall injection with changes in wedge angle, blowing parameter, and cooling medium temperature. The results of the dimensionless velocity and temperature similarity solutions in the laminar boundary layer of wedge flows with wedge angles of 0° , 18° and 36° show that both the velocity boundary layer thickness and temperature boundary layer thickness of the laminar wedge flows with wall injection enlarge with the increase of blowing parameter and reduce with the increase of wedge angle; the boundary layer temperature gradient near the wall is larger with lower cooling media temperatures, smaller blowing parameters, and larger wedge angles.

Key words: wedge flow; laminar boundary layer; wall injection; similarity solutions; blowing parameter

随着空天技术的迅速发展,高效的冷却技术逐渐成为科技工作者关注的焦点^[1-3]. 发散冷却常用于航空发动机燃烧室^[4]、尾喷管^[5]、超燃发动机支板^[6]、液体火箭发动机燃烧室^[7-8]、重返大气的飞行器鼻翼^[9]、燃气轮机叶片前缘^[10]和空心叶片驻点部位^[11]等的隔热和冷却. 发散冷却指将气体或者液体冷却剂注入用多孔材料或层板制成的可渗透壁面,冷却剂渗入高温气体区域在接近高温气体的壁面上形成连续相继的薄膜以遮护部件表面的冷却方式,此方法高效可靠是很有前途的冷却方式之一^[12-13]. 为有效地对高温部件进行冷却,需考虑部件表面边界层内温度和速度的变化,本文以发散冷却为背景建立了喷注壁面楔状流层流边界层冷却数学模型,用 Runge-Kutta 法求解无量纲速度与温度的常微分方程,获得壁面有喷注的楔状流层流边界层无量纲切向速度、法向速度随楔形角、吹风参数的变化规律,以及温度分布随楔形角、吹风参数及冷却介质温度的变化规律. 计算 0° , 18° 和 36° 楔形角的楔状流层流边界层速度与温度分布,对楔状流层流边界层内速度与温度分布与局部努塞尔数、吹风参数的关系进行了研究,揭示了壁面有喷注条件下楔状流层流边界层内速度与温度随吹风参数、楔形角等的变化规律.

1 数学物理模型

图1为壁面有喷注条件下楔状流二维模型层流边界层示意图,图中 u 为切向速度,楔形角为 β (图1给出了 $\beta/2$ 部分), x 轴平行于楔状流壁面方向, y 轴垂直于壁面方向,主流气体温度为 T_∞ ,主流气体速度为 u_∞ ,壁面温度为 T_w ,喷注速度为

u_w ,壁面有冷却气体喷注,喷注方向与纵坐标 y 平行. 流体在楔状流壁面上形成厚度为 δ 的楔状流速度边界层,主流气体速度 u_∞ 按照以下规律变化:

$$u_\infty = cx^m \quad (1)$$

式中 c 为系数,指数 m 与楔形角 β (采用弧度制) 满足以下关系式^[14]:

$$m = \frac{\beta/\pi}{2 - \beta/\pi} \text{ 或 } \frac{\beta}{\pi} = \frac{2m}{m+1} \quad (2)$$

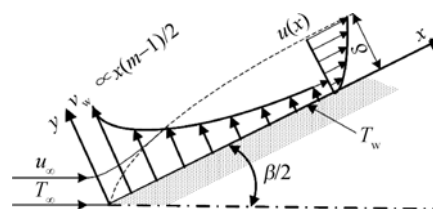


图1 喷注壁面楔状流层流边界层冷却示意图

Fig. 1 Diagram of the wedge flow laminar boundary layer with wall injection

1.1 喷注壁面楔状流层流边界层无量纲速度

本文选取楔形角为 0° (平板, $m=0$), 18° ($m=0.0526$) 和 36° ($m=0.1111$) 的楔状流为研究对象,壁面喷注无量纲吹风参数 $\zeta = \frac{u_w}{u_\infty} \sqrt{Re_x}$ 取值范围为 $0 \sim 0.8$, 其中 Re_x 为局部雷诺数. 低速、不可压缩、常物性、定常流动气体绕二维楔状流层流边界层内的连续方程及动量方程为^[15]

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = u_\infty \frac{du_\infty}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (4)$$

式中 v 为法向速度, ν 为运动黏度. 式(3)和式(4)对应的边界条件为 $y=0$ 处, $u=0$, $v=u_w$; $y=\infty$

处, $u = u_\infty$. 研究表明: 吹风参数不大时, 如 0° 楔形角吹风参数小于 0.4, 18° 和 36° 楔形角吹风参数小于 0.8, 有喷注和无喷注条件下的楔状流层流边界层厚度增加量在 100% 以内, 简化的方程式 (3)、式 (4) 可描述壁面喷注条件下楔状流层流边界层层流流动. 运用相似变换将动量方程式 (4) 转化为无量纲流函数 $f(f(\eta) = \psi/\sqrt{u_\infty \nu x})$, ψ 为流函数) 关于相似变量 η 的 3 阶齐次常微分方程^[14]

$$f''' + \frac{m+1}{2} f f'' + m(1 - f'^2) = 0 \quad (5)$$

式 (5) 中 f 为与流函数 ψ 相对应的无量纲流函数, 且 $\psi = \sqrt{u_\infty \nu x} f(\eta)$, $\eta = y \sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}}$. 定义 $\zeta = \frac{u_w}{u_\infty}$.

$\sqrt{Re_x}$ 为吹风参数, 其中局部雷诺数 $Re_x = \frac{u_\infty x}{\nu}$, ζ 与流函数边界值存在以下关系:

$$\zeta = \frac{u_w}{u_\infty} \sqrt{Re_x} = -\frac{m+1}{2} f(0) \quad (6)$$

式 (5) 的边界条件为

$$\begin{aligned} f(0) &= \alpha = \frac{u_w}{u_\infty} \sqrt{Re_x} \frac{-2}{m+1} \\ f'(0) &= 0, \quad f'(\infty) = 1 \end{aligned}$$

式中 α 为常数.

由于喷注速度 u_w 满足如下关系式:

$$\begin{aligned} u_w &= -\frac{u_\infty}{2} \sqrt{\frac{\nu}{u_\infty x}} f(0) = -\frac{c x^m}{2} \sqrt{\frac{\nu}{c x^m x}} f(0) = \\ &= -\frac{c x^{\frac{m-1}{2}}}{2} \sqrt{\nu} f(0) \end{aligned}$$

当 u_w 和 $x^{(m-1)/2}$ 成正比例时, $f(0)$ 方为常数, 经过相似变换的动量方程有相似解. 当 $f(0) = \alpha = 0$ 时为壁面无喷注; 当 $f(0) = \alpha \neq 0$ 时为壁面有冷却气体喷注与吸入. 当 $u_w > 0$ 时, $f(0) < 0$, 为气体从壁面喷注; 当 $u_w < 0$ 时, $f(0) > 0$, 为气体从壁面吸入. 这里仅研究有壁面喷注的情况.

根据流函数定义式可知法向速度 v 与相似变量及无量纲流函数之间存在如下关系:

$$v = -\sqrt{\frac{u_\infty \nu}{x}} \frac{m+1}{2} \left(f + \frac{m-1}{m+1} \eta f' \right) \quad (7)$$

定义无量纲法向速度

$$\xi = \frac{v}{\sqrt{\frac{u_\infty \nu}{x}}} = -\frac{m+1}{2} \left(f + \frac{m-1}{m+1} \eta f' \right) \quad (8)$$

可见无量纲法向速度 ξ 随相似变量 η 的变化反映了法向速度 v 随相似变量 η 的变化规律.

1.2 喷注壁面楔状流层流边界层无量纲温度

不考虑黏性耗散作用时热边界层内的能量方

程为

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (9)$$

式中 a 为热扩散系数. 式 (9) 的边界条件为: $y=0$ 处, $T = T_c$; $y=\infty$ 处, $T = T_\infty$. 式 (9) 的无量纲形式如式 (10) 所示^[16]

$$u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \quad (10)$$

其中, $\theta = (T_w - T)/(T_w - T_\infty)$, $T_w < T_\infty$. 定义 $\gamma = (T_w - T_c)/(T_w - T_\infty)$ 为壁面喷注冷却介质温度 T_c 所对应的无量纲温度. 通过相似变换, 式 (10) 中的 $\frac{\partial \theta}{\partial x}$, $\frac{\partial \theta}{\partial y}$ 和 $\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}$ 可表示为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial x} &= \frac{m-1}{2} \frac{\eta}{x} \theta', \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{x} \sqrt{\frac{u_\infty x}{\nu}} \theta' \\ \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} &= \left[\frac{1}{x} \sqrt{\frac{u_\infty x}{\nu}} \right]^2 \theta'' \end{aligned}$$

将这些偏导数带入式 (10) 经简化可得到式 (11)

$$\theta'' + \frac{1}{2} (m+1) Pr \cdot f \cdot \theta' = 0 \quad (11)$$

式 (11) 的边界条件为: $\eta=0$ 处, $f(0) = \alpha$, $\theta(0) = \gamma$; $\eta=\infty$ 处, $f'(\infty) = 1$, $\theta(\infty) = 1$. 由式 (11) 可得到解析式 (12) 和式 (13)

$$\theta = C_1 \int_0^\eta \exp \left[-\frac{Pr}{2} \int_0^\eta f d\eta \right] d\eta + C_2 \quad (12)$$

$$\theta' = C_1 \exp \left[-\frac{(m+1) Pr}{2} \int_0^\eta f d\eta \right] \quad (13)$$

由式 (11) 的边界条件可以得到解析式 (14) 和式 (15)

$$\theta = \frac{\int_0^\eta \exp \left[-\frac{(m+1) Pr}{2} \int_0^\eta f d\eta \right] d\eta}{\int_0^\infty \exp \left[-\frac{(m+1) Pr}{2} \int_0^\eta f d\eta \right] d\eta / (1-\gamma)} \quad (14)$$

$$\theta' = \frac{\exp \left[-\frac{(m+1) Pr}{2} \int_0^\eta f d\eta \right]}{\int_0^\infty \exp \left[-\frac{(m+1) Pr}{2} \int_0^\eta f d\eta \right] d\eta / (1-\gamma)} \quad (15)$$

在常物性条件下可用无量纲流函数拟合式求解式 (14) 获得无量纲温度 θ . 本文考虑壁面喷注楔状流层流边界条件, 提出式 (16) 所示的无量纲流函数表达式

$$\begin{aligned} f(\eta) &= a_0 \eta^5 + a_1 \eta^4 + a_2 \eta^3 + \\ &[f''(0)/2] \eta^2 + f(0) \end{aligned} \quad (16)$$

式 (16) 形式简洁, 物理意义明确, 符合壁面喷注楔状流层流边界条件 $f(0) = \alpha = \frac{u_w}{u_\infty} \sqrt{Re_x} \frac{-2}{m+1}$ 和壁

面处流函数 2 阶导数的条件. 因为 $f'(0)=0$, 所以这个表达式没有 η 的一次项. 式中 a_0, a_1, a_2 为多项式 3 个待定系数, 通过曲线拟合予以确定, 拟合系数 a_0, a_1, a_2 见表 1. 为求解式 (14), 用

Runge-Kutta 法求得楔状流速度边界层厚度, 计算结果如表 2 所示. 利用楔状流层流边界层厚度和式 (16) 拟合式, 用矩形积分法对式 (14) 进行积分求得楔状流层流边界层内任意 η 的无量纲温度 θ .

表 1 楔形角为 $0^\circ, 18^\circ$ 和 36° 的喷注壁面楔状流层流边界层不同 ζ 条件下无量纲流函数的拟合系数

Table 1 Coefficients of the curve fitted dimensionless stream function in the laminar boundary layer of wedge flows under different wedge angles ($0^\circ, 18^\circ$ and 36°) and blowing parameters

$\beta/(\circ)$	拟合系数	$\zeta=0$	$\zeta=0.2$	$\zeta=0.4$	$\zeta=0.6$	$\zeta=0.619$	$\zeta=0.8$
0	a_0	16 139	-2 887	-13 358	-2 777	0	
	a_1	-2 935.8	-1 255.8	836.6	712.3	0	
	a_2	36.89	94.94	56.95	-22.83	0	
18	a_0	26 321	9 404	-5 188	-10 828		-9 156
	a_1	-3 119.4	-2 331.7	-0.7275	604.5		1 099.9
	a_2	-55.2	46	67.85	39.17		-21
36	a_0	35 244	21 898	6 448	5 705		-9 045
	a_1	-2 917.5	-2 980.4	-1 923.8	-486		407.1
	a_2	-159.73	-23.41	38.62	44.41		26.37

表 2 当 $Pr=1$ 时, 楔形角为 $0^\circ, 18^\circ$ 和 36° 的喷注壁面楔状流速度层流边界层厚度

Table 2 Velocity boundary layer thickness of laminar wedge flows with wall injection when $Pr=1$ and differing wedge angles ($0^\circ, 18^\circ$ and 36°)

$\beta/(\circ)$	η_δ					
	$\zeta=0$	$\zeta=0.2$	$\zeta=0.4$	$\zeta=0.6$	$\zeta=0.619$	$\zeta=0.8$
0	4.92	5.78	7.16	12.12	∞	
18	4.52	5.14	5.94	7.04		8.64
36	4.18	4.68	5.30	5.96		7.00

2 结果及分析

2.1 喷注壁面楔状流层流边界层无量纲速度分布

求解楔形角为 $0^\circ, 18^\circ$ 和 36° 的楔状流层流边界层计算模型在不同吹风参数下的壁面无量纲流函数 2 阶导数初值^[17], 结果如表 2 所示. 根据表 2 中 $\zeta=0$ 时流函数 2 阶导数边界值, 用 Runge-Kutta 法求得楔状流层流边界层无量纲流函数相似解, 结果如图 2 所示.

由图 2 可知, 当 $\eta \rightarrow \infty$ 时, $f'(\infty) = u/u_\infty \rightarrow 1$, 说明求得的无量纲流函数的数值解满足主流边界条件; 当 ζ 一定时, 流函数 2 阶导数边界值随楔形角的增大而增大. 本文计算了楔形角为 $0^\circ, 18^\circ$ 和 36° 时, 5 个 ζ 值下的楔状流层流边界层内无量纲

流函数的 1 阶导数即无量纲速度 u/u_∞ , 结果如图 3 和图 4 所示.

由图 3 可知, 对于平板冷却, 在 $0 < \zeta < 0.619$ 范围内, 随吹风参数的增大流函数 1 阶导数逐渐减小; 当 $\zeta=0.619$ 时, 流函数 1 阶导数减小为零且不随 η 变化而变化, 壁面上的速度梯度为零; 当 $\zeta > 0.619$ 时, 边界层方程不再适用. 由图 3 和图 4 可知, η 一定时, 楔状流层流边界层内无量纲速度随楔形角的增大而增大, 楔状流层流边界层变薄. 楔状流层流边界层厚度与楔形角以及吹风参数 ζ 有关, 随着 ζ 的增大而增大. 表 3 给出了 3 个计算模型的楔状流速度边界层厚度对应的相似变量 η_δ 值.

图 5 和图 6 为楔形角为 $0^\circ, 18^\circ$ 和 36° 时不同

表3 楔形角为 $0^\circ, 18^\circ$ 和 36° 的喷注壁面楔状流层流边界不同 ζ 条件下无量纲流函数 2 阶导数边界值
 Table 3 Second order derivative boundary of the dimensionless stream function in the laminar boundary layer of wedge flows under different wedge angles ($0^\circ, 18^\circ$ and 36°) and blowing parameters

$\beta/(\circ)$	$f''(0)$					
	$\zeta=0$	$\zeta=0.2$	$\zeta=0.4$	$\zeta=0.6$	$\zeta=0.619$	$\zeta=0.8$
0	0.332	0.1956	0.0809	0.0033	0	
18	0.4257	0.3005	0.1967	0.1208		0.0762
36	0.5117	0.3916	0.29	0.2104		0.1538

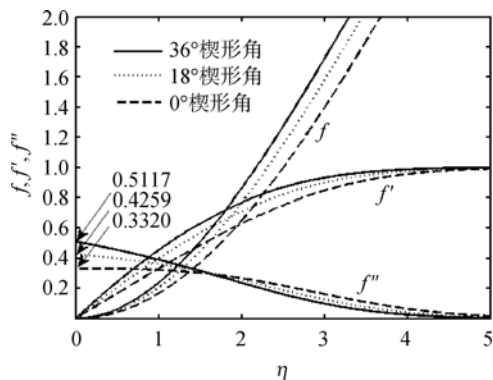


图2 楔形角为 $0^\circ, 18^\circ$ 和 36° 时楔状流层流边界层无量纲流函数相似解

Fig. 2 Similarity solutions of dimensionless stream function in laminar boundary layer of wedge flows with wedge angles of $0^\circ, 18^\circ$ and 36°

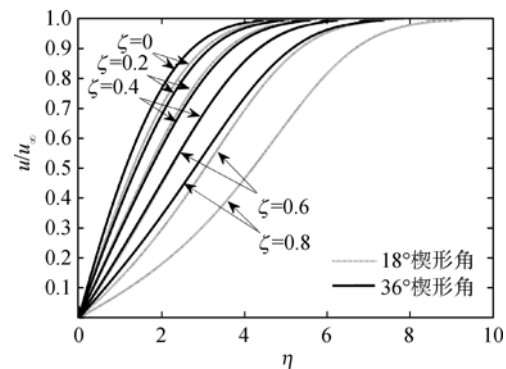


图4 楔形角为 18° 和 36° 时楔状流层流边界层无量纲流函数 1 阶导数相似解

Fig. 4 Similarity solutions of first order dimensionless stream function derivatives in laminar boundary layer of wedge flows with wedge angles of 18° and 36°

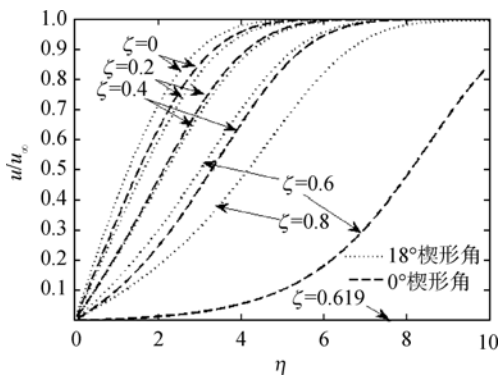


图3 楔形角为 0° 和 18° 时楔状流层流边界层无量纲流函数 1 阶导数相似解

Fig. 3 Similarity solutions of first order derivative of dimensionless stream function in laminar boundary layer for edge flows with wedge angles of 0° and 18°

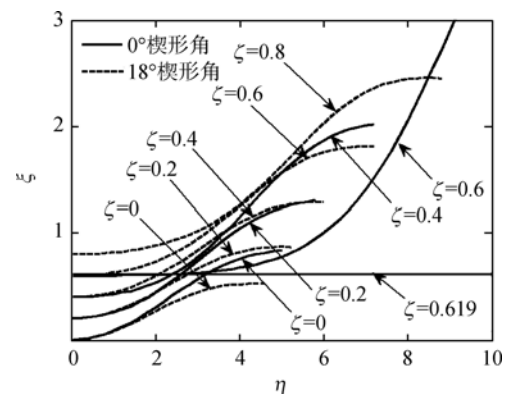


图5 楔形角为 0° 和 18° 时不同吹风参数 ζ 条件下楔状流层流边界层无量纲法向速度 ξ

Fig. 5 Dimensionless normal velocity ξ profiles in laminar boundary layer of wedge flows with wedge angles of 0° and 18° under different blowing parameters ζ

吹风参数 ζ 条件下楔状流层流边界层无量纲法向速度 ξ 随相似变量 η 的变化曲线. 由图 5 和图 6 可知, 无量纲法向速度 ξ 随吹风参数 ζ 的增大而增大; 吹风参数相同时, 在接近主流区无量纲法向

速度 ξ 随楔形角的增大而减小. 楔形角和吹风参数一定时, 随着相似变量的增加, 无量纲法向速度先相对平缓增加后急剧增加, 在接近主流区之前

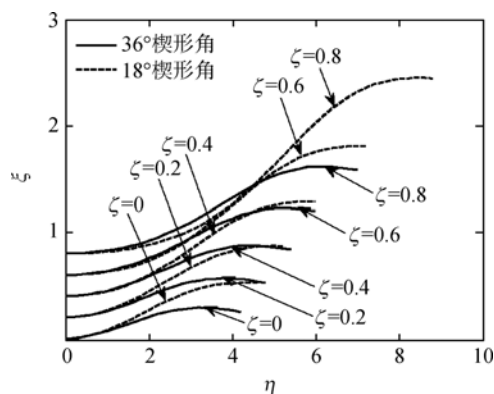


图6 楔形角为18°和36°时不同吹风参数 ζ 条件下楔状流层流边界层无量纲法向速度 ξ

Fig. 6 Dimensionless normal velocity ξ profiles in laminar boundary layer of wedge flows with wedge angles of 18° and 36° under different blowing parameters ζ

再呈现下降趋势,曲线终止于楔状流层流边界层与主流分界处。

为求解式(14),图7和图8给出了楔形角为0°,18°和36°的二维楔状流层流边界层在各种吹风参数下无量纲流函数的数值解。由图7和图8可知, η 一定时楔形角越大无量纲流函数的值越大;吹风参数 ζ 越大无量纲流函数越小;楔形角为0°, $\zeta=0.619$ 时,无量纲流函数为恒定值-1.238。

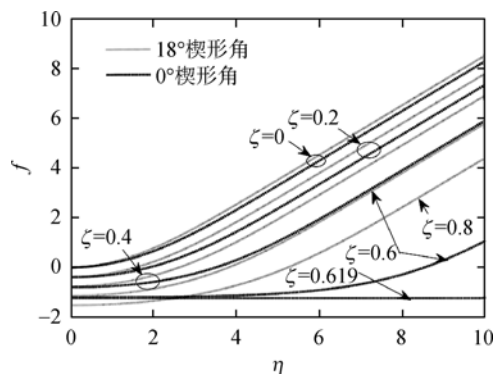


图7 楔形角为0°和18°时不同 ζ 条件下楔状流层流边界层无量纲流函数

Fig. 7 Dimensionless stream function profiles in laminar boundary layer of wedge flows with wedge angles of 0° and 18° under different blowing parameters ζ

2.2 喷注壁面楔状流层流边界层无量纲温度分布

图9和图10为当 $Pr=1$ 时,楔形角为0°,18°和36°的不同 ζ 条件下楔状流层流边界层无量纲温度分布。由图9和图10可知,楔形角一定时楔

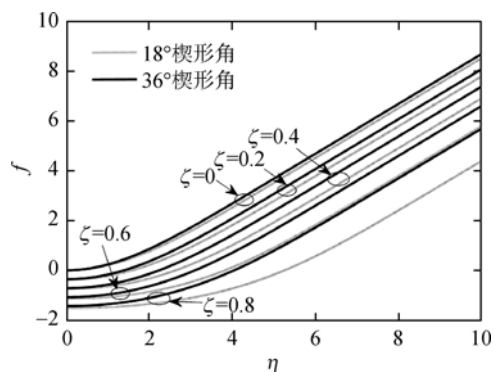


图8 楔形角为18°和36°时不同 ζ 条件下楔状流层流边界层无量纲流函数

Fig. 8 Dimensionless stream function profiles in laminar boundary layer of wedge flows with wedge angles of 18° and 36° under different blowing parameters ζ

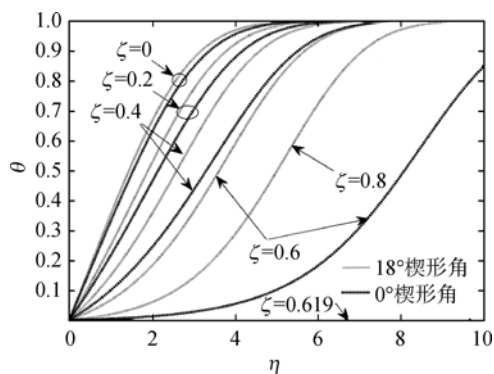


图9 $Pr=1$ 时,楔形角为0°和18°的不同 ζ 条件下楔状流层流边界层无量纲温度分布

Fig. 9 Dimensionless temperature profiles in laminar boundary layer of wedge flows with wedge angles of 0° and 18° under different blowing parameters ζ when $Pr=1$

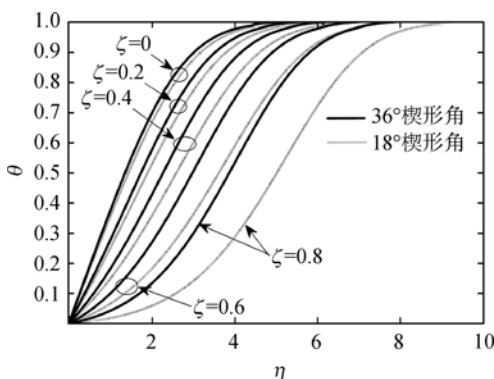


图10 $Pr=1$ 时,楔形角为18°和36°的不同 ζ 条件下楔状流层流边界层无量纲温度分布

Fig. 10 Dimensionless temperature profiles in laminar boundary layer of wedge flows with wedge angles of 18° and 36° under different blowing parameters ζ when $Pr=1$

状流温度边界层厚度随吹风参数的增大而增大; 吹风参数一定时楔状流温度边界层厚度随楔形角的增大而变小; 当 η 一定时, 无量纲温度随吹风参数的增加而降低. 当楔形角为 0° , 吹风参数达到 0.619 时, 壁面上无量纲温度为 0. 实际工况中冷却介质温度低于楔状流壁面温度, 当冷却介质温度 $T = T_w + 0.1(T_w - T_\infty)$, 即 $\theta(0) = \gamma = -0.1$ 时, 得到如图 11 所示不同吹风参数下无量纲温度曲线.

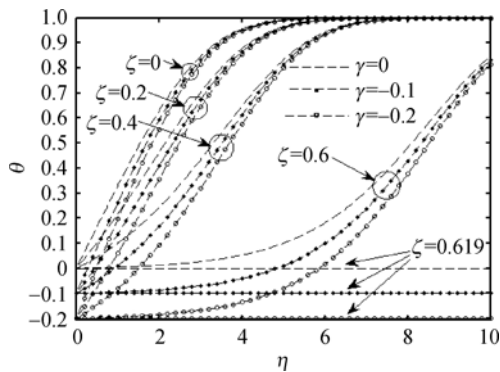


图 11 $\gamma=0, -0.1, -0.2$ 时楔形角为 0° 时不同 ζ 条件下楔状流边界层无量纲温度分布

Fig. 11 Dimensionless temperature profiles in the laminar boundary layer of the wedge flow with wedge angles of 0° under different blowing parameters ζ when $\gamma=0, -0.1, -0.2$

由图 11 可知, 当 $\gamma < 0$, 壁面喷注冷却介质温度低于壁面温度时, γ 越小楔状流边界层内气体在靠近壁面处的温度变化越剧烈; 随着吹风参数的增大, 楔状流温度边界层增厚, 楔状流温度边界层厚度随 γ 的变化很小; 在楔状流边界层内同一位置上, 吹风参数越大气体无量纲温度越低; 当吹风参数增加到 0.619, $\gamma = -0.1$ 和 $\gamma = -0.2$ 情况下壁面无量纲温度分别为 -0.1 和 -0.2 , 与 $\gamma = 0$ 的情况下壁面无量纲温度为 0 类似.

冷却介质的无量纲温度对 0° 楔形角楔状流边界层无量纲温度的影响如图 12 所示. 由图 12 可知, 随着楔状流边界层 η 的增加, 边界层内部冷却介质温度逐渐升高直至达到主流温度; 当 η 一定时, 随着 γ 的减小楔状流边界层内气体无量纲温度也减小; 当 γ 一定时, 随着吹风参数的增加楔状流边界层内气体无量纲温度减小. 由此可见, 可通过降低冷却介质温度和增加壁面冷却介质吹风速度来降低楔状流边界层

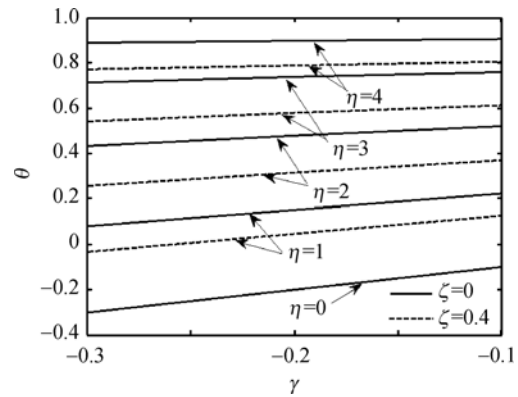


图 12 冷却介质温度对楔形角为 0° 的楔状流边界层无量纲温度的影响

Fig. 12 Effect of the dimensionless temperature of cooling medium on the dimensionless temperature in the laminar boundary layer of the wedge flow with wedge angle of 0°

内气体温度进而起到隔热的作用.

楔形角为 $0^\circ, 18^\circ$ 和 36° 时, 楔状流边界层厚度相似变量 η_δ 的计算结果如表 4 所示. 当 $Pr=1$ 时, 楔形角为 $0^\circ, 18^\circ$ 和 36° 时, 楔状流二维模型在不同 ζ 下速度和温度边界层厚度对比如图 13 所示. 由图 13 可见, 楔状流速度边界层厚度 δ 和楔状流温度边界层厚度 δ_t 随着吹风参数的增大而增大, 0° 楔形角楔状流边界层厚度较 18° 和 36° 楔形角的厚, 楔状流温度边界层比速度边界层厚, 0° 楔形角楔状流温度边界层和速度边界层厚度大致相同.

2.3 局部努塞尔数与吹风参数的关系

高温气流的局部努塞尔数 Nu_x 与局部雷诺数 Re_x 存在以下关系^[14]:

$$\frac{Nu_x}{\sqrt{Re_x}} = \left(\frac{d\theta}{d\eta} \right)_w \quad (17)$$

其中 $Nu_x = (h_x x) / \kappa$, h_x 为局部表面传热系数, κ 为气体导热系数, 下标 w 为壁面. 由式(17)可知, 当楔形角、吹风参数和气体 Pr 固定时, $(d\theta/d\eta)_w$ 为定值, $Nu_x / \sqrt{Re_x}$ 也为定值. 通过计算壁面无量纲温度 $(d\theta/d\eta)_w$ 可求得 $Nu_x / \sqrt{Re_x}$, 本文计算了楔形角为 $0^\circ, 18^\circ$ 和 36° 的楔状流边界层在不同 Pr 条件下, $Nu_x / \sqrt{Re_x}$ 随吹风参数变化情况, 如图 14 及表 5、表 6 所示. 由图 14 可知, 36° 楔形角的平均 $Nu_x / \sqrt{Re_x}$ 值较 18° 和 0° 楔形角的高; 当 Pr 固定时, $Nu_x / \sqrt{Re_x}$ 值随着 ζ 的增加逐渐减小.

表4 当 $Pr=1$ 时,楔形角为 $0^\circ, 18^\circ$ 和 36° 的喷注壁面楔状流温度边界层厚度Table 4 Thickness of the temperature boundary layer of the laminar wedge flows with wall injection with wedge angles ($0^\circ, 18^\circ$ and 36°) when $Pr=1$

$\beta/(\circ)$	$\eta_{\delta t}$					
	$\zeta=0$	$\zeta=0.2$	$\zeta=0.4$	$\zeta=0.6$	$\zeta=0.619$	$\zeta=0.8$
0	4.94	5.8	7.18	12.1	∞	不存在
18	4.68	5.34	6.18	7.28		8.66
36	4.46	5.00	5.66	6.44		7.34

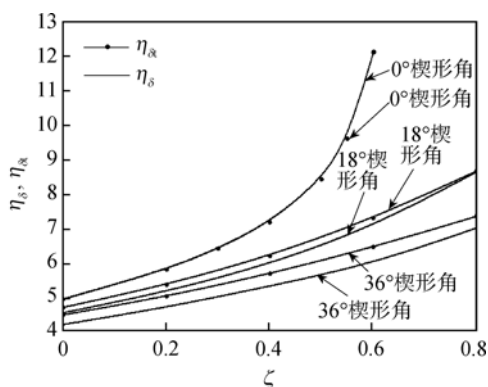


图13 $Pr=1$ 时,楔形角为 $0^\circ, 18^\circ$ 和 36° 的不同 ζ 条件下楔状流层流边界层速度和温度边界层厚度对比
Fig. 13 Comparison between thickness of velocity boundary layer and thickness of temperature boundary layer of wedge flows with wedge angles of $0^\circ, 18^\circ$ and 36° with different blowing parameters ζ when $Pr=1$

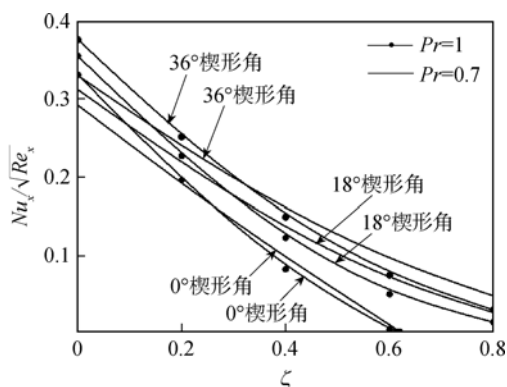


图14 $Pr=1$ 和 0.7 条件下,楔形角为 $0^\circ, 18^\circ$ 和 36° 的楔状流层流边界层局部努塞尔数与 ζ 的关系
Fig. 14 Relationship between local Nusselt numbers and blowing parameters ζ in laminar boundary layer of wedge flows with wedge angles of $0^\circ, 18^\circ$ and 36° when $Pr=1$ and $Pr=0.7$

表5 当 $Pr=1$ 时,楔形角为 $0^\circ, 18^\circ$ 和 36° 楔状流层流边界 $Nu_x/\sqrt{Re_x}$ 与 ζ 之间的关系Table 5 Relation between $Nu_x/\sqrt{Re_x}$ and blowing parameters ζ of laminar boundary layer of wedge flows with wedge angle of $0^\circ, 18^\circ$ and 36° when $Pr=1$

$\beta/(\circ)$	$Nu_x/\sqrt{Re_x}$					
	$\zeta=0$	$\zeta=0.2$	$\zeta=0.4$	$\zeta=0.6$	$\zeta=0.619$	$\zeta=0.8$
0	0.3322	0.1958	0.0810	0.0032	0	
18	0.3563	0.2270	0.1215	0.0485		0.0122
36	0.3778	0.2519	0.1484	0.0732		0.0282

表6 当 $Pr=0.7$ 时,楔形角为 $0^\circ, 18^\circ$ 和 36° 楔状流层流边界 $Nu_x/\sqrt{Re_x}$ 与 ζ 之间的关系Table 6 Relation between $Nu_x/\sqrt{Re_x}$ and blowing parameters ζ of laminar boundary layer of wedge flows with wedge angles of $0^\circ, 18^\circ$ and 36° when $Pr=0.7$

$\beta/(\circ)$	$Nu_x/\sqrt{Re_x}$					
	$\zeta=0$	$\zeta=0.2$	$\zeta=0.4$	$\zeta=0.6$	$\zeta=0.619$	$\zeta=0.8$
0	0.2927	0.1906	0.0959	0.0091	0	
18	0.3130	0.2173	0.1335	0.0671		0.0249
36	0.3313	0.2387	0.1579	0.0927		0.0463

3 结 论

将描述楔状流层流边界层流动与传热的偏微分方程通过相似变换转换为描述无量纲流函数和无量纲温度的常微分方程,用 Runge-Kutta 法求解无量纲速度与温度的常微分方程,获得了楔状流层流边界层冷却无量纲速度和温度分布随楔形角、吹风参数、冷却介质温度的变化规律. 通过计算 0° 、 18° 和 36° 楔形角的楔状流层流边界层冷却速度与温度分布得到以下结论:无量纲流函数 2 阶导数在相似变量 $\eta=0$ 处随楔形角的增大而增大,随吹风参数的增加而减小;靠近壁面处 36° 楔形角的楔状流层流边界层内无量纲速度变化率较 18° 和 0° 楔形角的大,楔状流层流边界层较薄;楔形角一定时,楔状流速度边界层厚度和温度边界层厚度都随吹风参数的增大而增大;相似变量一定时,无量纲温度随吹风参数的增加而减小;冷却介质温度小于壁面温度时,冷却介质在楔状流层流边界层底层的温度越低,楔状流温度边界层越厚;楔形角为 36° 楔状流无量纲温度梯度较楔形角为 18° 和 0° 的高,无量纲温度梯度均随吹风参数的增大而减小. 36° 楔形角的楔状流平均 $Nu_x/\sqrt{Re_x}$ 值较 18° 和 0° 楔形角的高;当 Pr 固定时, $Nu_x/\sqrt{Re_x}$ 值随着吹风参数的增加逐渐减小.

参考文献:

- [1] Ford B. Ellipsoidal bubble diffusion in a turbulent shear layer[J]. International Journal of Multiphase Flow, 2000, 26(3):503-516.
- [2] Glass D E, Arthur D. Numerical analysis of convection transpiration cooling[R]. NASA/TM-1999-209828, 1999.
- [3] Kays W M, Crawford M E. Convective heat and mass transfer[M]. 2nd ed. New York: McGraw Hill, 1980.
- [4] 时骏祥. 发散冷却基础问题的理论研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2009.
SHI Junxiang. Theoretic investigation on basic problems of transpiration cooling[D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2009. (in Chinese)
- [5] 孟丽燕, 姜培学, 蒋方帅, 等. 孔隙及热流的非均匀性对发散冷却的影响[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 2006, 46(2):230-233.
MENG Liyan, JIANG Peixue, JIANG Fangshuai, et al. Influence of porosity and heat flux non uniformities on transpiration cooling[J]. Journal of Tsinghua University: Science and Technology, 2006, 46(2):230-233. (in Chinese)
- [6] Choi S H, Scotti S J, Song K D, et al. Transpiration cooling

- of a scramjet engine combustion chamber[R]. AIAA 97-2576, 1997.
- [7] Landis J A, Bowman J W. Numerical study of a transpiration cooled rocket nozzle[R]. AIAA 96-2580, 1996.
- [8] Lacy B P, Wilson D E, Varghese P L. Dissociative cooling effect on stagnation heat transfer of gas mixture injection[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1995, 32(5):777-782.
- [9] 贾闪, 王晓春, 王建华. 具有发散冷却功能的曲面结构边界层特实验和数值研究[J]. 航空动力学报, 2010, 25(2):336-342.
JIA Shan, WANG Xiaochun, WANG Jianhua. Experimental and numerical investigations of boundary layer performances on curve structure surfaces with transpiration cooling function[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(2):336-342. (in Chinese)
- [10] 金韶山, 姜培学, 苏志华. 钝体头锥发汗冷却对流换热实验研究[J]. 工程热物理学报, 2009, 30(6):1002-1004.
JIN Shaoshan, JIANG Peixue, SU Zhihua. Experimental investigation of convection heat transfer in transpiration cooling for blunt nosecone [J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2009, 30(6):1002-1004. (in Chinese)
- [11] 王补宣. 工程传热与传质[M]. 北京: 科学出版社, 2002.
- [12] 时骏祥, 王建华. 发散冷却最小冷却介质注射量的数值研究[J]. 航空动力学报, 2007, 22(2):223-227.
SHI Junxiang, WANG Jianhua. A numerical investigation of the minimum coolant injection rate for transpiration cooling[J]. Journal of Aerospace Power, 2007, 22(2):223-227. (in Chinese)
- [13] 熊宴斌, 姜培学, 祝银海, 等. 冷端边界条件对发汗冷却解析解的影响[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 2013, 53(10):1452-1458.
XIONG Yanbin, JIANG Peixue, ZHU Yin Hai, et al. Effects of coolant side boundary condition on analytical transpiration cooling solutions[J]. Journal of Tsinghua University: Science and Technology, 2013, 53(10):1452-1458. (in Chinese)
- [14] 杨强生, 蒲保荣. 高等传热传质学[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1996.
- [15] 陶智, 徐国强. 航空发动机燃烧学[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2005.
- [16] 杨强生. 对流传热与传质[M]. 北京: 高等教育出版社, 1985.
- [17] 赵国昌, 杜霞, 宋丽萍, 等. 亚/超音速楔状流层流边界层温度数值解与拟合解[J]. 航空动力学报, 2014, 29(12):2633-2643.
ZHAO Guochang, DU Xia, SONG Liping, et al. The numerical solution and fitting solution of Temperature in laminar boundary layer of subsonic and supersonic wedge flow[J]. Journal of Aerospace Power, 2014, 29(12):2633-2643. (in Chinese)

(编辑: 叶 青)